PROGRESII

MODELE DE SUBIECTE PENTRU LUCRAREA DE CONROL

VARIANTA 1

1) (2p) Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ astfel încât $b_7 = 192$ și $b_8 = 384$.

a) Să se calculeze rația progresiei.

b) Să se calculeze b_1.

c) Să se determine formula termenului general b_n, $n \in \mathbb{N}^*$.

2) (1p) Să se stabilească dacă este progresie aritmetică șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ pentru care $a_n = n^2 + 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

3) (3p) Să se determine primul termen și rația unei progresii geometrice dacă $S_3 = 52$ și $S_6 = 1456$.

4) (3p) Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de rație *r*.

a) Să se demonstreze că numerele a_{10}, a_{13} și a_{16} (în această ordine) sunt în progresie aritmetică.

b) Să se exprime în funcție de a_1, n și r suma

$$S = a_1^2 + a_2^2 + \ ... + a_n^2,\ n \in \mathbb{N}^*.$$

Timp de lucru: 45 de minute
Notă: Se acordă un punct din oficiu.

VARIANTA 2

1) (3p) Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ astfel încât $a_8 = 23$ și $a_9 = 26$.

a) Să se determine rația progresiei.

b) Să se calculeze a_1.

c) Să se determine formula termenului general a_n, $n \in \mathbb{N}^*$.

d) Să se demonstreze că numerele a_{10}, a_{15}, a_{20} (în această ordine) sunt în progresie aritmetică.

2) (2p) Să se stabilească dacă este progresie geometrică un șir pentru care

$$S_n = \frac{1}{4}(3^n - 1),\ \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

3) (2p) Să se calculeze suma $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^5} - \frac{1}{3^7} + \ ... + \frac{1}{3^{2009}}$.

4) (2p) Să se determine primul termen și rația unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ dacă $a_3 + a_4 = 24$ și $S_{3n} - 9S_n = 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Timp de lucru: 45 de minute
Notă: Se acordă un punct din oficiu.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

VARIANTA 1

1) **a)** 2; **b)** 3; **c)** $3 \cdot 2^{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
2) Nu ($a_{n+1} - a_n$ depinde de n).
3) $S_6 = S_3 + b_4 + b_5 + b_6 \Rightarrow 1456 = 53 + q^3 \cdot S_3 \Rightarrow q = 3$.
$b_1(1 + q + q^2) = 52 \Rightarrow b_1 = 4$.
4) **a)** $a_{13} - a_{10} = a_{16} - a_{13} = 3r$.
b) $S = \sum_{k=1}^{n} a_k^2 = \sum_{k=1}^{n} [a_1 + (k-1)r]^2 = na_1^2 + 2a_1 r \sum_{k=1}^{n} (k-1) + r^2 \sum_{k=1}^{n} (k-1)^2 =$
$= na_1^2 + a_1 rn(n-1) + r^2 \cdot \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$.

VARIANTA 2

1) **a)** 3; **b)** 2; **c)** $3n - 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$; **d)** $a_{15} - a_{10} = a_{20} - a_{15} = 5r$.
2) $a_n = S_n - S_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$; $a_1 = S_1$; $a_n = \frac{1}{2} \cdot 3^{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 3$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
3) Suma are 1005 termeni în progresie geometrică de rație $\left(-\frac{1}{3^2}\right)$.
4) $S_{3n} = 9S_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow r = 2a_1$.
$a_3 + a_4 = 24 \Leftrightarrow 2a_1 + 5r = 24$.
$a_1 = 2, r = 4$.